

Modellierung systematischer Fehler von abtastenden Laseraltimetern

TONI SCHENK und BEÁTA CSATHÓ, Columbus, OH, USA

Zusammenfassung: Genauigkeitsuntersuchungen von Punkten, die mittels Laseraltimetrie vom Flugzeug aus bestimmt wurden, lassen darauf schließen, dass selbst nach in situ Kalibrierung erhebliche systematische Fehler verbleiben. Der vorliegende Beitrag befasst sich mit der Modellierung systematischer Fehler. Dabei wird von den physikalischen Fehlerursachen ausgegangen. Nach der Modellierung der einzelnen Systemdefekte wird deren Auswirkung unter verschiedenen Aufnahmebedingungen untersucht. Die einzelnen Fehlervektoren ändern sich in Größe und Orientierung von Punkt zu Punkt; die Simulationen zeigen ein sehr heterogenes Fehlerbild. Ohne Fehlermodell ist es deshalb kaum möglich, aus den in den Daten an einzelnen Stellen (z. B. Streifenüberlappung) festgestellten Diskrepanzen allgemeingültige Regeln zur Fehlerbeseitigung abzuleiten. Der Beitrag befasst sich auch mit der Bestimmbarkeit der Fehler. Die gewonnenen Erkenntnisse führen zu verbesserten Kalibrations-Strategien.

Summary: *Modeling systematic errors in laser scanners.* From several papers reporting about errors encountered in laser points one must conclude that there are considerable systematic errors left, even after in flight calibration. This paper is concerned with modeling systematic errors of laser scanning systems. Emphasis is placed on identifying physical error sources and to model them accordingly. The impact of errors, individual or in groups, is analyzed, as well as the recoverability. The magnitude and orientation of individual error vectors changes virtually from point to point – a complex error distribution emerges. Thus, it is a fruitless attempt to eliminate systematic errors without an error model simply by analyzing discrepancies at certain locations in the project area. The analysis provides new insight in the complex error behavior and suggests better strategies for calibrating real systems.

1 Einleitung

Laseraltimetrie vom Flugzeug aus hat sich in den letzten Jahren als eigenständige Methode für topographische Geländeaufnahmen entwickelt. Damit steht dem Anwender neben der Stereophotogrammetrie ein weiteres leistungsfähiges Verfahren zur Verfügung. Photogrammetrie und Laseraltimetrie wurden verschiedentlich miteinander verglichen, siehe z. B. BALTSAVIAS (1999), SCHENK (1999). Die kurze Zeitspanne (Tage) zwischen Befliegung und Endresultat wird allgemein als großer Vorteil der Laseraltimetrie angesehen. Auch lassen sich mit dieser Methode neue Anwendungen erschließen (FLOOD 1999).

Oft wird auch auf die hohe Genauigkeit der Laseraltimetrie hingewiesen. Es gilt allerdings, zwischen dem (hohen) Genauigkeitspotential und den in der Praxis tatsächlich erreichten Genauigkeiten zu unterscheiden. Verschiedene Untersuchungen, z. B. CROMBAGHS et al. (2000), HUISING & GOMES PEREIRA (1998), KILIAN et al. (1996), berichten übereinstimmend von Lagefehlern in der Größenordnung von einigen Dezimetern; festgestellte Höhenfehler sind geringer, erreichen aber die aus der Laserdistanzmessung zu erwartende Genauigkeit nicht. Dieser Stand der Dinge lässt auf nicht kompenzierte systematische Fehler schließen und damit auf Probleme bei der Kalibrierung von Laseraltimetrie-Systemen (ACKERMANN

1999). Von einer erfolgreichen Kalibrierung ist zu erwarten, dass Systemfehler aufgedeckt und berücksichtigt werden, so dass die Diskrepanz zwischen Genauigkeitspotential und tatsächlich erreichter Genauigkeit plausibel wird.

Wir stellen in diesem Aufsatz die Modellierung systematischer Fehler eines abtastenden Laseraltimeters vor. Dabei lassen wir uns von den physikalischen Fehlerursachen (den Systemdefekten) leiten. Mit dem vorgeschlagenen Fehlermodell kann man die Auswirkung von systematischen Fehlern, einzeln oder in Gruppen, unter verschiedenen Aufnahmebedingungen studieren. So bietet sich die Möglichkeit, die aus empirischen Untersuchungen bekannten Fehler zu simulieren und zu erklären. Dies wird wohl nicht auf Anhieb vollständig gelingen und entsprechende Modellverfeinerungen sind erforderlich, bei denen auch zusätzliche Parameter ohne direkten Bezug auf physikalische Systemdefekte eingeführt werden können (Auto-Kalibrierung).

Nach der Herleitung einer allgemeinen Lasergleichung folgt die Modellierung systematischer Fehler. Die Differenz zwischen der mit Fehlern behafteten Lasergleichung und der fehlerlosen Gleichung ergibt die Fehlervektoren, die bezüglich ihrer Auswirkung und Bestimmbarkeit genauer analysiert werden. Diese Analyse erlaubt es, wertvolle Rückschlüsse für die Kalibrierung zu gewinnen. Das Hauptgewicht dieses Beitrages liegt im Versuch, geeignete Modelle für systematische Fehler zu entwickeln. Wir suchen dabei die Antwort nicht in der Analyse einzelner Datensätze, sondern in der Analyse der Fehlerursachen. So besteht die Aussicht, allgemein gültige Fehlermodelle zu finden.

Beim Versuch, aus Laseraltimeterdaten Genauigkeiten abzuleiten, stellen sich interessante Probleme. Zunächst ist festzuhalten, dass die Messungen, aus denen Laserpunkte berechnet werden, keine interne Redundanz haben – dies im Gegensatz zur Photogrammetrie ($r = 2 \cdot n - 3$, $n =$ Anzahl der Luftbilder). Ein weiteres Problem ergibt sich aus der Tatsache, dass man den Laserstrahl nicht auf bestimmte Objekte,

wie z. B. Kontrollpunkte oder markante Geländepunkte, richten kann. Will man Genauigkeiten aus dem Vergleich von identischen Punkten herleiten (Laserpunkt und Passpunkt, Laserpunkte in überlappenden Streifen etc.), geht das in dieser Form nicht. Wir haben es hier mit dem Zuordnungsproblem von Flächen zu tun, das man wie folgt beschreiben kann: Gegeben sind zwei Punkthaufen, die zur selben physikalischen Oberfläche gehören. Die Dichte, Verteilung und Genauigkeit der Punkte in beiden Mengen sind verschieden. Gesucht sind identische Flächenmerkmale, die aus den beiden Punkthaufen abzuleiten und mit diesen konsistent sind.

2 Allgemeine Lasergleichung

In Anlehnung an LINDENBERGER (1993) leiten wir in diesem Abschnitt eine allgemeine Lasergleichung ab, um einen direkten Zusammenhang zwischen Laserpunkt und den gemessenen Größen eines abtastenden Laseraltimeters herzustellen. Das Gesamtsystem umfasst das eigentliche Laser-Scanning-

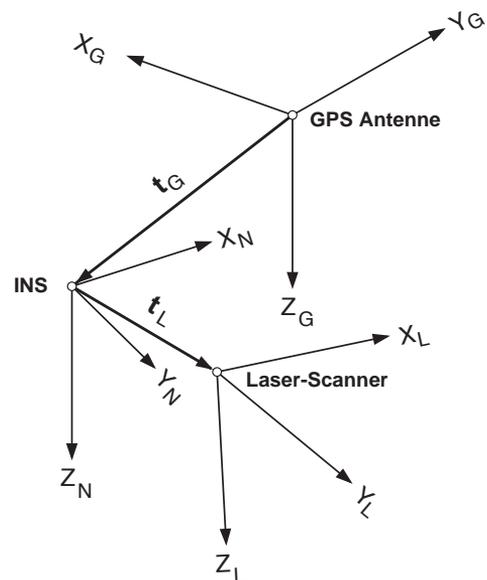


Abb. 1: Koordinatensysteme eines abtastenden Laseraltimeters, bestehend aus dem Laser-Scanner (X_L, Y_L, Z_L), der INS-Einheit (X_N, Y_N, Z_N) und dem GPS-Empfänger (X_G, Y_G, Z_G).

System und das Navigationssystem, bestehend aus INS und GPS. Abb. 1 zeigt eine schematische Darstellung dieser drei Messsysteme sowie deren Koordinatensysteme. Wir bringen zunächst die drei im Flugzeug eingebauten Systeme miteinander in Beziehung und gehen dann vom beweglichen Flugzeugsystem auf das erdfeste WGS84-System über.

2.1 Laser-Scanning-System

Der Koordinatenursprung des Laser-Scanning-Systems liegt im Nullpunkt der Laserdistanzmessung. Die positive Z_L -Achse weist nach unten und ist identisch mit der Winkelhalbierenden des Abtastwinkels τ . Die positive X_L -Achse weist in die Flugrichtung. Die Abtastrichtung τ_i definiert die aktuelle Richtung des Laserstrahls. Diese Richtung kann entweder mit einer digitalen Winkelerfassung direkt gemessen werden, oder indirekt über die aktuelle Pulszahl i und die Scanfrequenz n wie folgt berechnet werden:

$$\tau_i = \frac{\tau}{2} - i \frac{\tau}{n-2} \quad (1)$$

Da die Abtastebene identisch mit der Y_L , Z_L -Koordinatenebene ist, lässt sich die aktuelle räumliche Richtung eines Laserstrahls im Laser-Scanning-System durch folgende Drehmatrix ausdrücken:

$$\mathbf{R}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \tau_i & -\sin \tau_i \\ 0 & \sin \tau_i & \cos \tau_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

Wenn jetzt die gemessene Distanz r zum Geländepunkt als Vektor $\mathbf{r} = [0, 0, r]^T$ dargestellt wird und der Laserstrahl im Gegenurzeiger abgelenkt wird, lässt sich der Laserpunkt P als Ortsvektor durch Gleichung (3) beschreiben:

$$\mathbf{p}_L = \mathbf{R}_L \mathbf{r} \quad (3)$$

Diese Gleichung ist grundsätzlich auch für Lasersysteme mit konischer Ablenkung gültig. Man muss lediglich die Drehmatrix \mathbf{R}_L aus dem Ablenkwinkel und dem Azimut-

winkel ableiten, wie z. B. in HUG (1996) näher gezeigt ist.

2.2 INS-System

Das INS-Koordinatensystem hat seinen Ursprung in dem vom Hersteller bezeichneten System-Nullpunkt. Die Orientierung ist durch das INS-Referenzsystem gegeben. Beim Einbau in das Flugzeug wird die positive X_N -Achse parallel zur Flugzeugachse ausgerichtet. Die Z_N -Achse wird normal so gewählt, dass sie bei normaler Flugzeuglage vertikal nach unten weist. Wählen wir als Einbauwinkel der INS-Einheit $\alpha = \gamma = 0$ und $\beta =$ Nickwinkel, ergibt sich die INS-Einbaudrehmatrix \mathbf{R}_M bezüglich dem Laser-Scanning-System:

$$\mathbf{R}_M = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

Mit dem zum Koordinatenursprung des Laser-Scanning-Systems zeigenden Translationsvektor \mathbf{t}_L lässt sich der Laserpunkt P als Ortsvektor im INS-System wie folgt berechnen:

$$\mathbf{p}_N = \mathbf{R}_M \mathbf{p}_L + \mathbf{t}_L \quad (5)$$

Selbst wenn die INS- und Laser-Scanning-Systeme mit größter Sorgfalt im Flugzeug eingebaut werden, ist die gegenseitige Orientierung der Koordinatensysteme zu ungenau. Die Einbauwerte sind wohl gute Näherungen, müssen aber unbedingt durch eine Kalibrierung in situ genauer bestimmt werden. Wir kommen später noch einmal darauf zurück.

2.3 GPS-System

Das Zentrum der GPS-Antenne bildet den Ursprung des lokalen GPS-Systems. Die positive X_G -Achse weist nördlich in die astronomische Meridianebene und die Z_G -Achse ist parallel zur lokalen Lotrichtung und zeigt nach unten. Die positive Y_G -Achse ist in diesem kartesischen Koordinatensystem somit nach Osten gerichtet.

Die aus dem INS abgeleiteten Neigungswinkel bestimmen die Drehmatrix R_N . Damit ist die Orientierung zwischen INS- und GPS-System hergestellt. Der Translationsvektor t_G stellt die positionsmäßige Beziehung beider Systeme dar (siehe Abb. 1). Für den Ortsvektor des Laserpunktes P im lokalen GPS-System erhalten wir somit:

$$p_G = R_N(p_N + t_G) \quad (6)$$

2.4 WGS84-Koordinatensystem

Die NAVSTAR-Satellitenbahnen sind im WGS84-System definiert. Deshalb wird das lokale GPS-System, das sich ja ständig im Flugverlauf ändert, in das erdfeste WGS84 transformiert. Dazu sind zwei Drehungen erforderlich sowie die Translation t_{GPS} (GPS-Position im WGS84 während des Zeitpunktes der aktuellen Laserdistanzmessung). Die erste Drehung R_G ist durch Lotabweichungen am Aufnahmepunkt definiert. Mit der ellipsoidischen Breite und Länge bewerkstelligt R_W die Transformation in das erdzentrierte WGS84. Der Ortsvektor des Laserpunktes P ist durch folgende Formel bestimmt:

$$p_W = R_W R_G p_G + t_{GPS} \quad (7)$$

Durch Substitution der entsprechenden Ortsvektoren aus den vorangegangenen Gleichungen folgt die allgemeine Lasergleichung:

$$p_W = R_W R_G R_N (R_M R_L r + t_L + t_G) + t_{GPS} \quad (8)$$

Die einzelnen Größen in dieser Gleichung sind entweder direkt gemessen oder interpoliert, wie die untenstehende Kurzzusammenfassung zeigt.

R_W, R_G, t_{GPS}	sind Funktionen der aktuellen Flugzeugposition
R_N, R_L, r	sind direkt gemessene oder interpolierte Werte zum Zeitpunkt der Laserdistanzmessung
R_M, t_L, t_G	sind Einbauparameter

Oft wird vom WGS84 System noch eine Transformation in ein Landeskoordinatensystem oder in ein lokales System, das seinen Ursprung z.B im Projektgebiet hat, vollzogen. Diese zusätzlichen Transformationen sind jedoch für die in dieser Arbeit verfolgte Zielsetzung nicht von Bedeutung.

3 Systematische Fehlerquellen und Größenordnung der Fehler

Mit Gleichung (8) lassen sich die Laserpunkte in einem idealen Laseraltimeter berechnen. Wir analysieren in diesem Abschnitt die wichtigsten systematischen Fehler, die es nach dem Einbau der Systemkomponenten in das Flugzeug zu berücksichtigen gilt. Es ist dann Aufgabe der in situ Kalibrierung, diese Fehler zu bestimmen. Dies wird wohl nie perfekt möglich sein. Die verbleibenden systematischen Restfehler sind bei sorgfältiger Kalibrierung zwar klein, können aber wegen der ungünstigen Fehlerfortpflanzung die Position von Laserpunkten dennoch spürbar beeinflussen. Bei der nachfolgenden Ableitung der systematischen Fehler stehen physikalische Ursachen, d.h. Unvollkommenheiten der Systemkomponenten, im Vordergrund. Die Fehlermodellierung ist generell. Um das Modell auf ein spezifisches System anzuwenden, sind entsprechende Anpassungen erforderlich.

3.1 Systematische Fehler im Laser-Scanning-System

Das im Abschnitt 2.1 eingeführte Koordinatensystem beschreibt ein ideales Scanning-System. Ein wirkliches System weicht davon ab. Wir können dabei zwischen der Laserdistanzmessung und der Winkelmessung unterscheiden.

Der systematische Fehler r_{err} der Laserdistanzmessung ist auf verschiedene Ursachen zurückzuführen, wie z.B. additive Fehlerkonstante oder Abweichungen zur Normatmosphäre, die eine falsche Lichtgeschwindigkeit zur Folge hat. Man nimmt üblich an, dass der systematische Distanzmessfehler dieselbe Größenordnung hat wie der zu-

fällige Fehler, also etwa ± 5 cm bei guten Verhältnissen und entsprechend größer unter weniger günstigen Voraussetzungen.

Gleichung (1) drückt die räumliche Richtung des Laserstrahls als Funktion der aktuellen Pulszahl und Scanfrequenz aus. Die ‚Nullrichtung‘ ist durch die Z_L -Achse festgelegt. In einem realen Ablenssystem, schematisch dargestellt in Abb. 2, ist jedoch die Nullrichtung nicht perfekt identisch mit der Koordinatenachse. In Anlehnung an ähnliche Fehler, z. B. bei der Theodolit-Kreisablesung, nennen wir diese Abweichung *Indexfehler* ε . Ein weiterer systematischer Fehler tritt beim Ablenkwinkel τ auf. Der tatsächliche Ablenkwinkel wird wohl nie genau dem vom Hersteller angegebenen Wert entsprechen. Diese Abweichung wird hier als *Ablenkwinkelfehler* $\Delta\tau$ bezeichnet. Schließlich müssen wir davon ausgehen, dass auch die Abtastebene nicht genau rechtwinklig auf der X_L -Achse steht. Dieser systematische Fehler der Abtastebene lässt sich durch die zwei kleinen Winkel $\Delta\varphi$ und $\Delta\kappa$ definieren.

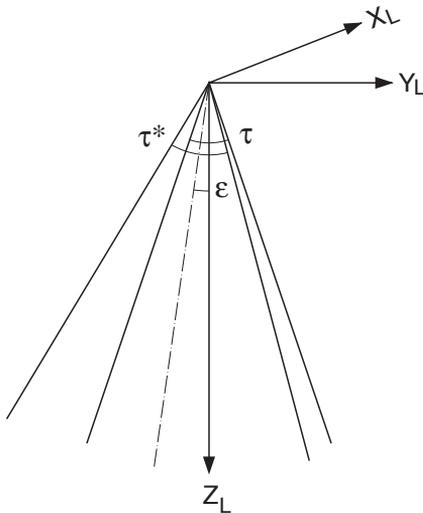


Abb. 2: Darstellung der systematischen Fehler des Ablenssystems. Der Indexfehler ε beschreibt die Abweichung der Z_L -Achse von der Winkelhalbierenden (‚Nullrichtung‘) des Ablenkwinkels. Mit τ^* ist der tatsächliche Ablenkwinkel bezeichnet, der vom nominellen Winkel um den Ablenkwinkelfehler $\Delta\tau$ abweicht.

Der Indexfehler ε und der Ablenkwinkelfehler $\Delta\tau$ verfälschen die Ablenkrichtung um den Betrag $\Delta\tau_i$, wie untenstehende Gleichungen zeigen.

$$\tau_i^* = \frac{\tau + \Delta\tau}{2} - i \frac{\tau + \Delta\tau}{n - 1} + \varepsilon \tag{9}$$

$$\Delta\tau_i = \tau_i^* - \tau = \varepsilon + \frac{\Delta\tau}{2} - \frac{\Delta\tau}{n - 1} i \tag{10}$$

Es gilt zu beachten, dass der Ablenkrichtungsfehler von der aktuellen Richtung des Laserstrahls abhängt. In der Scanmitte z. B. ist nur der Indexfehler wirksam, wie auch aus Abb. 2 hervorgeht.

Da die Fehler in der Ablenkrichtung und der Ablenebene kleine Größen sind, können wir die Gesamtwirkung relativ zum Scanning-Referenz-System durch die folgende differentielle Drehmatrix beschreiben:

$$\Delta R_L = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\kappa & \Delta\varphi \\ \Delta\kappa & 1 & -\Delta\tau_i \\ -\Delta\varphi & \Delta\tau_i & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Der tatsächliche Ortsvektor des Laserpunktes lautet unter Berücksichtigung der in diesem Abschnitt eingeführten systematischen Fehler somit wie folgt:

$$p_L^* = \Delta R_L R_L (r + \Delta r) \tag{12}$$

Der Fehler am Ortsvektor entspricht der Differenz $p_L^* - p_L$. Über die Größenordnung der systematischen Winkelfehler ist nicht viel bekannt. Da in diesem Aufsatz die Modellierung der Fehler im Vordergrund steht, begnügen wir uns für die Abschätzung der Fehlergrößen mit der Annahme, dass man im Labor die Nullrichtung des Laserstrahls etwa auf 0.006° bestimmen kann (0.1 mm Messfehler bei einer Laserdistanz von einem Meter). Nimmt man als systematischen Fehler das Dreifache an, ergibt sich ein Indexfehler von $\varepsilon \approx 0.02^\circ$. Ähnliche Überlegungen ergeben für den Ablenkwinkelfehler $\Delta\tau \approx 0.03^\circ$.

3.2 Systematische INS-Fehler

Trotz der großen Fortschritte in der Entwicklung von Navigationssystemen muss man mit systematischen Restfehlern in den aus den Kreismessungen abgeleiteten Orientierungswinkeln rechnen. Für die Modellierung nehmen wir an, dass die systematischen Fehler während der Flugdauer konstant bleiben. Dies ist sicher eine grobe Vereinfachung der wirklichen Verhältnisse, aber der gegenwärtige Wissensstand, so weit man aus der Literatur schließen kann, lässt keine verbindlichen Schlüsse über andere Modelle zu. Dies trifft ganz besonders auch auf die Abschätzung von Größenordnungen der Fehler zu. Wir gehen hier nicht weiter auf die Ursachen der Fehler ein und nehmen Restfehler aus Angaben von Systemherstellern in der Größenordnung von 0.01° – 0.05° an.

Die kleinen Restfehler im Nick-, Roll- und Kurs-Winkel bestimmen die folgende Drehmatrix ΔR_N , relativ zum INS-Referenz-System:

$$\Delta R_N = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta k & \Delta n \\ \Delta k & 1 & -\Delta r \\ -\Delta n & \Delta r & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3.3 Systematische GPS-Fehler

Auch hier nehmen wir vereinfachend an, dass der systematische Restfehler in der Position für das Aufnahmegebiet und während der Flugdauer konstant ist. Der Fehlervektor Δt_{GPS} wird zu dem aus den GPS-Messungen errechneten Positionsvektor t_{GPS} addiert. Die in der Literatur mitgeteilten Werte des Fehlervektors schwanken im Bereich von 5 cm bis 30 cm.

3.4 Systematische Einbaufehler der Messsysteme

Die allgemeine Lasergleichung (8) definiert die gegenseitige räumliche Beziehung der idealen Messsysteme. Wir haben dabei die Lage und Orientierung des Laser-Scanning-

Systems bezüglich des INS-Systems durch die Einbaugrößen t_L und R_M beschrieben. Die Koordinatensysteme der Laser-Scan- und INS-Einheit sind physikalisch durch die entsprechenden Messreferenzsysteme festgelegt und von den Herstellern an den Geräten markiert. Nach dem Einbau ist mit relativ großen Fehlern, besonders in der Orientierung, zu rechnen. Nur eine sorgfältige in situ Kalibrierung bringt die Fehler unterhalb akzeptable Grenzen. Dennoch verbleiben systematische Restfehler, die wir wiederum für die Dauer der Befliegung als konstant annehmen. Die Orientierungsfehler bestimmen die Drehmatrix:

$$\Delta R_M = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \gamma & \Delta \beta \\ \Delta \gamma & 1 & -\Delta \alpha \\ -\Delta \beta & \Delta \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Die beiden Vektoren t_L und t_G sind als Einbaugrößen ebenfalls mit systematischen Fehlern behaftet. Das mag zunächst etwas gesucht aussehen, da man doch wohl die Entfernungen zwischen den Nullpunkten der Messgeräte auf wenige Zentimeter genau messen kann. Die Orientierung der beiden Vektoren bezüglich des INS-Systems ist hingegen weniger gut bestimmbar. Die Koordinatenfehler sind deshalb grösser als der Distanzfehler.

Zur Vereinfachung kombinieren wir die beiden Translationsvektoren und deren Fehler zu $t_{GL} = t_G + t_L$ und $\Delta t_{GL} = \Delta t_G + \Delta t_L$.

3.5 Systematischer Lotabweichungsfehler

Der Übergang vom lokalen GPS-System in das WGS84-System erfordert zwei Drehungen und eine Translation, siehe Gleichung (6). Für die erste Drehung ist der Winkel zwischen der Normalen zum Ellipsoid und dem lokalen Schwerfeld erforderlich. Wenn das Schwerfeld im Projektgebiet nicht genau bekannt ist, muss man die Abweichung mit einer entsprechenden Fehlermatrix ΔR_G berücksichtigen.

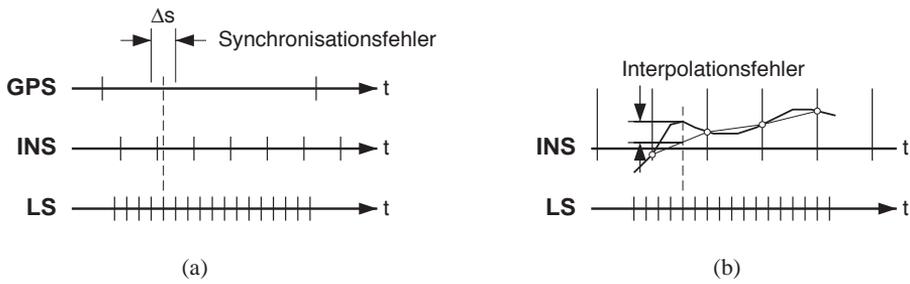


Abb. 3: In (a) sind die drei zeitunabhängigen Messsysteme mit ihren verschiedenen Messfrequenzen dargestellt. Bei der Einführung einer gemeinsamen Zeitachse tritt der Synchronisationsfehler Δs auf. Die viel höhere Messfrequenz des Laser-Scanning-Systems (LS) erfordert eine Interpolation der aus dem INS abgeleiteten Orientierungswinkel. Der dabei entstehende Interpolationsfehler ist in (b) dargestellt.

3.6 Synchronisations- und Interpolations-Fehler

Die drei Messsysteme eines Laseraltimeters sind zunächst unabhängig voneinander. Jedes System hat ein eigenes Referenzsystem und misst mit verschiedenen Frequenzen. Mit Abtastraten von bis zu 10,000 Hz hat das Laser-Scanning-System die höchste Frequenz, gefolgt vom INS-System (bis zu 300 Hz). GPS arbeitet typischerweise mit 1 Hz.

Zur Berechnung eines Laserpunktes ist außer der Laserdistanz die Kenntnis der Orientierungsdrehmatrix R_N und des GPS-Vektors t_{GPS} zum Zeitpunkt des ausgesandten Laserpulses erforderlich. Man muss somit die drei Messsysteme synchronisieren. Da dies nie genau möglich sein wird, führen wir den Synchronisationsfehler Δs ein, veranschaulicht in Abb. 3(a).

Der Synchronisationsfehler hat einen Fehlervektor $\Delta t_s = v \cdot \Delta s$ zur Folge, dessen Größe von der Fluggeschwindigkeit v abhängt und dessen Richtung tangential zur Flugbahn verläuft. Um diesen Fehler vernachlässigen zu können, muss die Synchronisationsgenauigkeit bei einer Fluggeschwindigkeit von 60 m/sec etwa bei 10^{-4} sec liegen. Wir kombinieren einen eventuellen Synchronisationsfehler mit dem systematischen GPS-Fehler Δt_{GPS} , da beide dieselbe Auswirkung haben. Im Folgenden

wird deshalb Δt_s nicht mehr separat behandelt.

Man kann das INS als diskreten Abtaster der Flugzeugorientierung ansehen. Nach NYQUIST müsste dann die Abtastfrequenz das Doppelte der höchsten Signalfrequenz sein, sonst ließe sich die Flugzeugbewegung aus den Abtastwerten nicht vollständig rekonstruieren. Wir bezeichnen diesen Fehler hier als Interpolationsfehler (Abb. 3(b)). Bei INS mit niedriger Messfrequenz, z. B. 50 Hz, können Vibrationen durchaus zu spürbaren Interpolationsfehlern führen. Der Interpolationsfehler hat eher den Charakter eines zufälligen Fehlers. In der nachfolgenden Analyse ist der Interpolationsfehler nicht als systematischer berücksichtigt.

3.7 Zusammenfassung

Mit den in diesem Abschnitt eingeführten systematischen Fehlern erhalten wir folgende modifizierte Lasergleichung:

$$p^*_W = R_W \Delta R_G R_G \Delta R_N R_N (\Delta R_M R_M \Delta R_L R_L (r + \Delta r) + t_{GL} + \Delta t_{GL}) + t_{GPS} + \Delta t_{GPS} \tag{15}$$

In dieser Gleichung drückt der Ortsvektor p^*_W den fehlerhaften Laserpunkt im WGS84-System aus. Typische Größenordnungen der systematischen Fehler sind in Tab. 1 enthalten.

Tab. 1: Systematische Fehler und ihre Größenordnung.

Fehlerquelle	Größenordnung	Bemerkungen
ΔR_G	0.017°	max. Lotabweichungsfehler
ΔR_N	0.01°	INS-Fehler
ΔR_M	0.3°/0.01°	vor/nach in situ Kalibrierung
ΔR_L	$\varepsilon = 0.02^\circ$, $\Delta\tau = 0.03^\circ$	Indexfehler, Ablenkungswinkelfehler
Δr	5 – 10 cm	Laserdistanzfehler
Δt_{GL}	5 cm/3 cm	vor/nach in situ Kalibrierung
Δt_{GPS}	10 cm	GPS + Synchronisierungsfehler

4 Fehleranalyse

Die Differenz zwischen Gleichung (15), fehlerbehaftetes System, und Gleichung (8), fehlerfreies System, ergibt den Fehlervektor $e = p^*_W - p_W$. Dieser Fehlervektor ist eine Funktion der Aufnahmegeometrie und der systematischen Fehler. Es bietet sich nun an, explizite Ausdrücke für die einzelnen systematischen Fehler zu finden. Damit lassen sich die Auswirkungen der Fehler, einzeln oder gesamt, analytisch bestimmen. Außerdem wird es dadurch auch möglich, die Bestimmbarkeit der Fehler zu analysieren. Daraus folgen Strategien, wie die Fehler am besten bestimmt werden können – ein äußerst wünschenswertes Ergebnis angesichts der heute vorherrschenden ad-hoc Kalibrationsverfahren.

4.1 Beispiel einer expliziten Fehlerbestimmung

Aus Platzgründen verzichten wir hier auf die Herleitung von expliziten Ausdrücken aller systematischen Fehler, schildern aber das generelle Vorgehen am Beispiel der Einbaudrehmatrix. Für eine eingehende Ableitung der übrigen Fehler sei der interessierte Leser auf SCHENK (2001) verwiesen.

Die Einbaudrehmatrix R_M drückt die Orientierung des Laser-Scanning-Systems bezüglich des INS-Koordinatensystems aus. Mit ΔR_M haben wir einen systematischen Fehler eingeführt, den es jetzt zu bestimmen

gilt. Dazu ändern wir vorerst Gleichung (15) so, dass nur der systematische Fehler ΔR_M auftritt und Fehler höherer Ordnung vernachlässigt werden.

$$p_W^{\Delta R_M} = R_W R_G (R_N \Delta R_M R_M R_L r + t_{LG}) + t_{GPS} \tag{16}$$

Von dieser modifizierten Gleichung wird die fehlerfreie Gleichung (8) subtrahiert. Daraus folgt der systematische Fehlervektor

$$e_W^{\Delta R_M} = R_W R_G [R_N (\Delta R_M - I) R_M R_L r] \tag{17}$$

Interessant sind die Fehler an Extremstellen wie z. B. am Anfang und Ende der Abtastzeile. Beschränken wir uns auf eine Abtastzeile, können wir annehmen, dass in dieser kurzen Zeitspanne die drei Drehmatrizen R_W , R_G und R_N konstant bleiben. Verzichten wir jetzt auf die Darstellung des Fehlervektors im WGS84-System und gehen auf das lokale INS-System über, vereinfacht sich obiger Ausdruck zu

$$e_i^{\Delta R_M} = R_{const} (\Delta R_M - I) R_M R_L r \tag{18}$$

Der Subindex i in $e_i^{\Delta R_M}$ bringt zum Ausdruck, dass der Fehler abhängig ist von der aktuellen Lage des Laserstrahls, also von der Ablenkrichtung τ_i . Mit den in Gleichungen (4) und (2) definierten Drehmatrizen R_M und R_L sowie $r = [0, 0, r_i]^T$ lassen sich die Komponenten des Fehlervektors explizit angeben:

$$e_i^{\Delta R_M} = r_i \begin{bmatrix} \Delta\gamma \sin \tau_i & + \Delta\beta \cos \beta \cos \tau_i \\ \Delta\gamma \sin \beta \cos \tau_i & - \Delta\alpha \cos \beta \cos \tau_i \\ -\Delta\beta \sin \beta \cos \tau_i & - \Delta\alpha \sin \tau_i \end{bmatrix} \tag{19}$$

Bei horizontalem Gelände ist $r_i = H / \cos \tau_i$, wobei H die Flughöhe und τ_i die Ablenkrichtung bedeuten. Obige Gleichung lautet mit dieser Annahme:

$$e_i^{\Delta R_M} = H \begin{bmatrix} \Delta\gamma \tan \tau_i & + \Delta\beta \cos \beta \\ \Delta\gamma \sin \beta & - \Delta\alpha \cos \beta \\ -\Delta\beta \sin \beta & - \Delta\alpha \tan \tau_i \end{bmatrix} \tag{20}$$

Die Winkel $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ und $\Delta\gamma$ sind die systematischen Fehler der Einbaudrehmatrix.

Der Einbauwinkel β entspricht üblicherweise dem Nickwinkel des Flugzeuges, damit bei einem Ablenkwinkel $\tau_i = 0^\circ$ der Laserstrahl vertikal nach unten weist. Da dieser Winkel relativ klein ist, kann man Gleichung (20) noch weiter vereinfachen, indem das Produkt zweier kleiner Winkel vernachlässigt wird (z. B. $\Delta\gamma \sin\beta \approx 0$).

$$e_i^{\Delta R_M} \approx H \begin{bmatrix} \Delta\gamma \tan\tau_i + \Delta\beta \\ -\Delta\alpha \\ -\Delta\alpha \tan\tau_i \end{bmatrix} \quad (21)$$

Aus dieser Gleichung folgt unmittelbar, dass die planimetrischen Fehlerkomponenten bedeutend größer sind als der Höhenfehler. In der Mitte der Abtastzeile ($\tau_i = 0^\circ$) ist kein Höhenfehler zu erwarten. Schließlich ist zu sehen, dass der Höhenfehler am Anfang und Ende der Abtastzeile ungleich groß ist. Daraus folgt die interessante Tatsache, dass die Einbaufehler eine horizontale Ebene scheinbar neigen und zwar um den Winkel $\Delta\alpha$, bezogen auf eine Achse parallel zur Flugrichtung.

4.2 Zusammenfassung der systematischen Fehler

Für die übrigen systematischen Fehler lassen sich ebenfalls Formeln ableiten, die die Fehlerkomponenten als Funktion der Aufnahmegeometrie und Geländetopographie

ausdrücken. Wir verzichten hier auf eine eingehende Darstellung, geben aber in Tab.2 numerische Werte für die einzelnen Fehlerkomponenten an, wie sie sich für eine simulierte Befliegung über horizontalem Gelände, Flughöhe $H = 1000$ m und einem Laser-Scanner mit Ablenkwinkel $\tau = 30^\circ$ ergeben.

Tab.2 enthält Werte für systematische Fehler der Laserdistanzmessung Δr , des Ablenkensystems ΔR_L , der Einbaumatrix ΔR_M und der Orientierungsmatrix ΔR_N . Die zweite Kolonne enthält die angenommenen Fehler, mit denen man selbst nach sorgfältiger Kalibrierung in situ rechnen muss. Die Fehler sind jeweils für drei Positionen des Scanners angegeben: Anfang (L), Mitte (M), Ende (R) der Laserstrahlablenkung. Die letzte Kolonne zeigt die Auswirkung der unsymmetrischen Höhenfehler an den Ablenkenden. Die aus den Laserpunkten rekonstruierte Ebene wird gegenüber der Soll-ebene geneigt. Die Drehachse ist parallel zur Flugrichtung. Da sich systematische Fehler im schlimmsten Fall addieren, erhalten wir im angeführten Beispiel eine totale Neigung von 0.05° . Das entspricht bei der Spurbreite von 536 Metern einem Höhenfehler von knapp einem halben Meter. Natürlich werden in wirklichen Systemen die Winkelfehler in verschiedenen Vorzeichenkombinationen vorkommen, so dass sich die Neigungsfehler z. T. aufheben.

Tab. 2: Fehlerkomponenten für eine simulierte Befliegung aus 1000m Flughöhe und mit einem Laser-Scanner mit 30° Ablenkwinkel. Die Fehler sind jeweils für die drei Positionen Streifenanfang (L), Streifenmitte (M) und Streifenende (R) angegeben.

Fehler	Fehlergrößen		Fehlerkomponenten [m]			Neigungsfehler
			x	x	z	
Δr	0.10 m	L	0.00	- 0.026	0.097	-
		M	0.00	0.000	0.100	
		R	0.00	0.026	0.097	
ΔR_L	$\Delta\varphi = \Delta\kappa = 0.03^\circ$ $\Delta\tau = 0.03^\circ$ $\varepsilon = 0.02^\circ$	L	0.66	- 0.61	- 0.16	ε
		M	0.52	- 0.35	0.00	
		R	0.38	- 0.09	0.02	
ΔR_M	$\Delta\alpha = - 0.01^\circ$ $\Delta\beta = - 0.02^\circ$ $\Delta\gamma = - 0.01^\circ$	L	- 0.40	0.17	0.05	$\Delta\alpha$
		M	- 0.35	0.17	0.00	
		R	- 0.30	0.17	- 0.05	
ΔR_N	$\Delta r = 0.02^\circ$ $\Delta\eta = 0.015^\circ$ $\Delta k = 0.015^\circ$	L	0.33	- 0.35	- 0.09	Δr
		M	0.26	- 0.35	0.00	
		R	0.19	- 0.35	0.09	

Deutlich folgt auch aus der Analyse, dass die Fehlervektoren verschiedene Orientierung und Größe besitzen, und zwar in Abhängigkeit von der Flugzeugorientierung, der Ablenkrichtung, der Flughöhe und der Geländetopographie. Hier erkennt man die Aussichtslosigkeit, aus aktuellen Laserdaten ein globales Fehlermodell abzuleiten. Ferner fallen auch die relativ großen Lagefehler quer zur Flugrichtung auf. Die aus den Laserpunkten abgeleitete Oberfläche ist verzerrt; man sollte deshalb Laserpunkthaufen nicht ohne weiteres mit einer Ähnlichkeitstransformation auf Punkthaufen, die in orthogonalen Koordinatensystemen dargestellt sind, abbilden. Die Lagefehler Δx , Δy verursachen bei geneigten Oberflächen einen sekundären Höhenfehler, den man wie folgt berechnen kann:

$$\Delta z = \Delta x \cdot \tan \phi + \Delta y \cdot \tan \psi \quad (22)$$

Die zwei Winkel $\Delta \phi$, $\Delta \psi$ definieren die Hangneigung. Wie den Werten in Tab. 2 zu entnehmen ist, wird der sekundäre Höhenfehler bei Hangneigungen von $> 10^\circ$ größer als der primäre Fehler. Schließlich sei noch darauf hingewiesen, dass man die Lagefehler ganz besonders bei der Objektextraktion aus Laserpunkten berücksichtigen muss.

4.3 Zur Bestimmbarkeit der systematischen Fehler

Wir haben uns bis jetzt auf die Modellierung systematischer Fehler konzentriert, wie sie auf Grund von Unzulänglichkeiten im Gesamtsystem eines Laseraltimeters unweigerlich auftreten. Mit den Gleichungen (8) und (15) lassen sich die Fehler in Abhängigkeit von der Aufnahmegeometrie (Flugzeugorientierung R_N , Ablenkwinkel R_L , Flughöhe H , Geländetopographie) bestimmen. Interessant ist nun die Aufgabe, die systematischen Fehler aus den Fehlervektoren rückwärts zu bestimmen (Systemkalibration). Generell stehen bei der Kalibration drei Probleme an: Modellierung, Zuordnung und Bestimmbarkeit. Wir wollen uns hier kurz mit der Bestimmbarkeit der im Modell vorkommenden systematischen Fehler befassen

und mit einem negativen Beispiel auf den Kern des Problems hinweisen. Systematische Fehler lassen sich dann nicht einzeln bestimmen, wenn ihre Auswirkung identisch ist, d.h. ihre Fehlervektoren immer dieselbe Orientierung haben.

Man kann nun die Aufnahmegeometrie für Kalibrationszwecke so wählen, dass möglichst alle Fehler bestimmbar werden. In der Flugzeugorientierung ist man z. B. bezüglich Flugrichtung völlig frei. Durch spezielle Manöver lassen sich auch Roll- und Nickwinkel in Grenzen variieren. Die Ablenkrichtung ist innerhalb des fest vorgegebenen Ablenkwinkels frei wählbar. Schließlich ist die Flughöhe in Grenzen frei wählbar und auch das Gelände – für Kalibrationszwecke können besonders gut geeignete Oberflächen ausgesucht werden. Man erkennt, dass die Bestimmbarkeit der systematischen Fehler von der Kombination der frei wählbaren Faktoren der Aufnahmegeometrie abhängt.

Eine eingehendere Untersuchung zeigt, dass durch geeignete Kombinationen von Hin- und Rückflügen und Abtastrichtungen verschiedene systematische Fehler einzeln bestimmbar sind (SCHENK 2001) oder gegebenenfalls automatisch kompensiert werden können. Als Beispiel zeigen wir im nächsten Abschnitt, wie ein systematischer Orientierungsfehler unabhängig von allen übrigen Fehlern bestimmt werden kann.

4.4 Direkte Bestimmung des systematischen Orientierungsfehlers

Im Abschnitt 3.2 wurden die systematischen Restfehler der aus dem Navigationssystem abgeleiteten Nick-, Roll- und Kurs-Winkel in der Drehmatrix ΔR_N zusammengefasst. Wir zeigen nun, wie ein konstanter INS-Fehler ohne Kontrollpunkte und unabhängig von allen anderen systematischen Fehlern bestimmt werden kann.

Aus Gleichung (15) erkennt man, dass mit Ausnahme von ΔR_N alle anderen systematischen Fehler mit der Orientierungsmatrix R_N multipliziert werden. Das hat für einen identischen Hin- und Rückflug die interessante Konsequenz, dass die planimetrischen

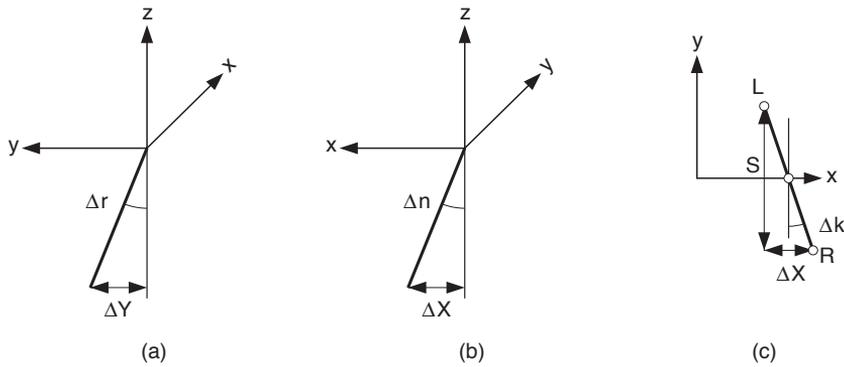


Abb. 4: Orientierungsfehler verursachen planimetrische Verschiebungen des Laserpunktes. Ein Rollwinkelfehler verursacht eine Verschiebung quer zur Flugrichtung (a); der Nickwinkel eine Verschiebung in Flugrichtung (b). Ein Kurswinkelfehler dreht die Abtastzeile (c). Aus diesen Verschiebungen können die Fehler direkt bestimmt werden.

Fehlerkomponenten entgegengesetzte Vorzeichen erhalten. Davon kann man sich leicht überzeugen, wenn in R_N für den Rückflug der Kurswinkel um 180° geändert wird. Nimmt man jetzt noch an, dass sich Nick- und Roll-Winkel für Hin- und Rückflug nur geringfügig unterscheiden, folgt die bemerkenswerte Tatsache, dass sich die planimetrischen Komponenten aller Fehler rechts von R_N aufheben. Damit ist das Verfahren zur Bestimmung der INS-Fehler gegeben: aus den planimetrischen Differenzen zwischen Hin- und Rückflug lässt sich ΔR_N bestimmen.

Nehmen wir der Einfachheit halber einen Ost-West-Flug an. Der Nickwinkelfehler Δn lässt sich dann einfach aus der X -Differenz an der vertikalen Stelle des Laserstrahls (in Abtastmitte, $\tau_i = 0$) und der Flughöhe H bestimmen (s. Abb. 4). Der Rollwinkelfehler Δr folgt entsprechend aus der Y -Differenz. Für die Bestimmung des Kurswinkelfehlers brauchen wir die X -Differenzen an den Spurrändern, sowie die Spurbreite S , die sich aus der Flughöhe H und dem Abtastwinkel τ ergibt ($S = 2 \cdot H \tan(\tau/2)$).

$$\Delta r = \frac{\Delta Y}{H} \quad (23)$$

$$\Delta n = \frac{\Delta X}{H} \quad (24)$$

$$\Delta k = \frac{\Delta X^L - \Delta X^R}{2 \cdot H \tan(\tau/2)} \quad (25)$$

Die hier dargestellte Lösung des Problems ist auf die Bestimmung von Differenzen zurückgeführt. Das ist insofern attraktiv, als für die Bestimmung von Differenzen keine Positionsinformation aus dem Objektraum nötig ist: INS-Fehler lassen sich ohne Kontrollpunkte bestimmen! Die einzige Bedingung ist, dass die Differenzen zwischen Hin- und Rückflug an identischen Punkten bestimmt werden. Hier liegt die Krux; der Laserstrahl lässt sich nicht auf bestimmte Objektpunkte richten, man kann deshalb nicht auf identische Punkte hoffen. Wir haben es hier mit dem eingangs erwähnten Zuordnungsproblem zu tun.

Um Oberflächen, die durch Punktmengen bestimmt sind, einander zuordnen zu können, ist es vorteilhaft, von Punkten auf abgeleitete Geländemerkmale überzugehen, wie z.B. Bruchkanten. Sie lassen sich aus Laserpunkten berechnen, indem man zuerst die Gesamtoberfläche in ebene Flächenstücke segmentiert (siehe z.B. LEE & SCHENK

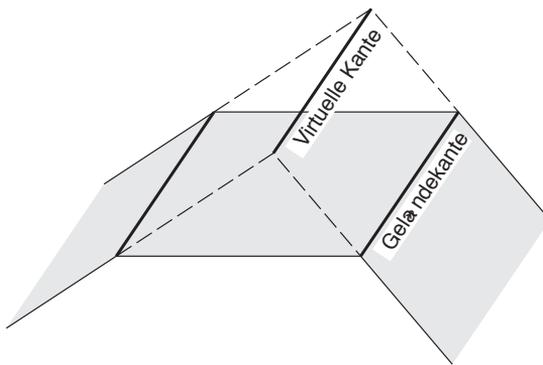


Abb. 5: Laseraltimeter können nicht direkt Geländebruchkanten erfassen. Durch eine Segmentierung in ebene Flächenstücke lassen sich aber Kanten als Schnittgeraden benachbarter Ebenen berechnen. Nicht alle Schnittgeraden sind jedoch Bruchkanten, wie die in (b) dargestellte virtuelle Kante zeigt.

2001) und danach benachbarte Ebenen schneidet. Abb. 5 zeigt, dass auch Schnitte von nicht direkt benachbarten Ebenen möglich sind. Die daraus abgeleiteten virtuellen Kanten sind für unser Vorhaben ebenfalls zweckmäßig. Virtuelle Kanten sind sogar vorzuziehen, wenn sie bessere Genauigkeiten für die berechnete Schnittgerade geben.

5 Ausblick

Der Schwerpunkt in diesem Beitrag lag auf der Modellierung systematischen Fehler eines abtastenden Laseraltimeters. Dabei wurde die Auffassung vertreten, dass Fehler erster Ordnung nach dem physikalischen Verursacherprinzip definiert werden. Mit dem vorgeschlagenen Modell kann man Fehler simulieren, also voraussagen. Die Analyse der mit systematischen Fehlern behafteten Lasergleichung führt zu wichtigen Schlüssen. Die Fehlervektoren – einzeln, in Gruppen oder als Summe – ändern sich in Größe und Orientierung von Punkt zu Punkt. Ohne Fehlermodell ist es daher aussichtslos, aus den in den Daten an einzelnen Stellen (z. B. in der Streifenüberlappung) festgestellten Fehlern Regeln abzuleiten, wie die Fehler an anderen Stellen zu beheben wären. Die Untersuchungen bestätigen auch bekannte Tatsachen, wie z. B. deutlich größere Lagefehler als Höhenfehler. Andere Konsequenzen sind vielleicht überraschender. Als Beispiel stellen wir die typische mäanderförmige Befliegung einer unüblichen

Befliegung gegenüber, bei der die einzelnen Streifen die gleiche Flugrichtung haben. Wie gezeigt, heben sich die planimetrischen Fehler, mit Ausnahme des Orientierungsfehlers, bei einem Hin- und Rückflug auf. Die Mittelung identischer Punkte würde deshalb den systematischen Gesamtfehler auf den Orientierungsanteil reduzieren. Bei der zweiten Fluganordnung würde derselbe Vorgang keine Verbesserung bringen.

Für die Praxis ist der umgekehrte Vorgang wichtiger, nämlich aus festgestellten Fehlervektoren auf die verursachenden systematischen Fehler zu schließen. Die heute verwendeten Kalibrationsverfahren sind unvollkommen, wie man aus der Tatsache schließen muss, dass nach der Kalibrierung noch erhebliche systematische Fehler unberücksichtigt bleiben. Sie sind verantwortlich dafür, dass das Genauigkeitspotential von Laseraltimeter-Systemen noch nicht erreicht ist. Das Fehlermodell, die Zuordnung und die Bestimmbarkeit der Fehler sind drei wichtige Aspekte der Kalibrierung. Das hier vorgestellte Fehlermodell wurde erfolgreich für die Kalibrierung eines Laser-Profilmessers eingesetzt (FILIN & CSATHÓ 2001).

Gegenwärtig sind Arbeiten im Gange, die in praktischen Datensätzen festgestellte Diskrepanzen mit dem Fehlermodell zu erklären. Dies wird wohl nicht auf Anhieb vollständig gelingen und zu entsprechenden Modellverfeinerungen führen. Außerdem befassen wir uns intensiv mit dem Zuordnungsproblem von Flächen, auf das wir hier

aus Platzgründen leider nicht näher eingehen konnten. Ziel dieser Anstrengungen ist es, Anstöße für effektivere und transparentere Kalibrationsverfahren zu geben.

6 Literaturverzeichnis

- ACKERMANN, F., 1999: Airborne laser scanning-present status and future expectations. – ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, **54** (2/3): 64–67.
- BALTSAVIAS, E., 1999: A comparison between photogrammetry and laser scanning. – ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, **54** (2/3): 83–94.
- CROMBAGHS, M. J. E., R. BRÜGELMANN & DE MIN, E. J., 2000: On the adjustment of overlapping strips of laseraltimeter height data. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, **33** (B3/1): 230–237.
- FILIN, S. & CSATHÓ, B., 2001: Improvement of elevation accuracy for mass balance monitoring using in-flight laser calibration. – Annals of Glaciology, Vol. **34**, in press.
- FLOOD, M., 1999: Commercial Development of Airborne Laser Altimetry. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, **32** (3W14): 13–20.
- HUG, CH., 1996: Entwicklung und Erprobung eines abbildenden Laseraltimeters für den Flugeinsatz unter Verwendung des Mehrfrequenz-Phasenvergleichsverfahrens. – DGK, Nr. 457, 122 S.
- HUISING, E. J. & GOMES PEREIRA, L. M., 1998: Errors and accuracy estimates of laser data acquired by various laser scanning systems for topographic applications. – ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, **53** (5): 245–261.
- KILIAN, J., HAALA, N. & ENGLISH, M. (1996): Capture and evaluation of airborne laser scanner data. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, **31** (B3), 383–388.
- LEE, I. & SCHENK, T., 2001: Autonomous extraction of planar surfaces from airborne laser scanning data. – Proc. ASPRS Ann. Convention, St. Louis
- LINDENBERGER, J., 1993: Laser-Profilmessungen zur topographischen Geländeaufnahme. – DGK, Nr. 400, 131 S.
- SCHENK, T., 2001: Modeling and analyzing systematic errors in airborne laser scanners. – Technical Notes in Photogrammetry, OSU, No. 19, 39 S.
- SCHENK, T., 1999: Photogrammetry and Laser Altimetry. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, **32** (3W14): 3–12.

Anschriften der Verfasser:

Prof. Dr. TONI SCHENK
Department of Civil and Environmental
Engineering and Geodetic Science
The Ohio State University
2070 Neil Ave., Columbus, OH 43210
Tel.: 614-292-71 26, Fax: 614-292-29 57
e-mail: schenk.2@osu.edu

Dr. BEÁTA CSATHÓ
Senior Research Associate
Byrd Polar Research Center
The Ohio State University
1090 Carmack Road, Columbus, OH 43210
Tel.: 614-292-66 41, Fax: 614-292-46 97
e-mail: csatho.1@osu.edu

Manuskript eingereicht: Februar 2001
Angenommen: März 2001