

Kalibrierung von Kameras mit allgemeinen, stetigen und nicht-symmetrischen Kameramodellen

DOMINIK RUEB¹ & RALF REULKE¹

Zusammenfassung: In diesem Beitrag stellen wir eine neue Kalibrierungsmethode vor. Diese Methode kann potentiell nicht-symmetrische Kameras modellieren, die möglicherweise auch keinen einzelnen Brennpunkt haben. In diesem Artikel vergleichen wir dieses Verfahren mit anderen Kalibriermethoden und beschränken uns wegen der Vergleichbarkeit dabei vorerst auf symmetrische Kameras mit einem Brennpunkt.

Wir verfahren klassisch: Zuerst initialisieren wir das System mit linearen Methoden. Danach wird das System nicht-linear optimiert. Wir vergleichen dazu verschiedene Möglichkeiten die sich aus dieser neuen Modellierung ergeben.

Wir zeigen, dass die Methode mit den klassischen Methoden mithalten kann und sich in extremen Situationen sehr gut verhält - z.B. bei kurzbrennweitigen Optiken.

1 Einleitung

Die geometrische Vermessung bzw. Kalibrierung von Kameras ist schon sehr lange etabliert. Etwas neuer sind die Forschungen bezüglich der Abweichungen von einem klassischen Lochkameramodell. Erste Verzeichnungsmodelle kamen früh auf, siehe zum Beispiel BROWN 1971. Stark verzeichnende Optiken sind Katadioptriken und Fischaugen, diese wurden mathematisch zum Beispiel in BAKSTEIN (2001), GONÇALVES (2004) und GONÇALVES (2008) beschrieben. Ein anderes Format ist das Panorama, es hat bereits früh begeistert (LUHMANN 2004; OLEKSIJCZUK 2011) bieten Rückblicke in die Panorama-Geschichte; diese wurden mathematisch ebenfalls schon gut untersucht von STURM et al. (2005), GENNERY (2006), MEI & RIVES (2007), LUHMANN (2010) und FRAHM et al. (2012).

Noch allgemeinere Kameras, bei denen jeder Pixel ein eigenes, mathematisches „Objektiv“ besitzt, wurden in FLOREANO et al. (2013), NAYAR et al. (2006) und ZAPPE (2010) untersucht. Dazu gehört zum Beispiel auch die Untersuchung von Insektenaugen in FRANCESCHINI et al. (1992) und NEUMANN et al. (2004).

Allgemeine, stetige und glatte Kameramodelle kamen in den letzten Jahrzehnten auch immer häufiger auf (GROSSBERG & NAYAR 2001 & 2005, STURM et al. 2005, BARRETO et al. 2010, MIRALDO & ARAUJO 2013). Dort wird kaum noch eine Vorannahme getroffen, zum Beispiel werden Forderungen nach Symmetrie oder einem einzigem Brennpunkt entfernt. Diese Methoden bedürfen aber großen Kalibrieraufwandes, Beispielsweise wurde in in der *Raxel*-Beschreibung von STURM et al. 2005 jeder Pixel per Laser in zwei Objektraum-Punkten vermessen, um eine Raum-Gerade für jeden Pixel bestimmen zu können. Dieses Prinzip wurde verbessert, um nicht mehr jeden einzelnen Lichtstrahl separat vermessen zu müssen (LI et al. 2008). Moderne Methoden wie in MIRALDO & ARAUJO (2013) benötigen aber immer noch eine separate Lagemessung zu jeder Aufnahme.

¹ Humboldt Universität zu Berlin, Unter den Linden 6, 10099 Berlin,
E-Mail: ruess@informatik.hu-berlin.de

In diesem Artikel beschreiben wir eine weitere Methode, die das Kalibrieren mit normalen, existierenden 3D-Kalibrier-Mustern erlaubt und allgemeine, unbeschränkte und glatte Kameras beschreiben kann. Die Basis dafür ist die mathematische Liniengeometrie, wie sie auch in POTTMANN & WALLNER (2001) beschrieben wird. Anhand von existierenden Lochkamera-ähnlichen Systemen haben wir dieses Modell untersucht. In zukünftigen Forschungen werden wir die Anwendbarkeit auf komplett unbeschränkte Systeme untersuchen, auch z.B. ohne Brennpunkt.

2 Theorie

Betrachtet man fokussierte Abbildungssysteme (wie Kameras), dann sind die allermeisten davon eine Projektion zwischen Geraden im Raum und einem Pixel auf dem Sensor. Im Gegensatz zur klassischen Photogrammetrie und zur Computer Vision stellen wir hier eine Abbildung vor, die zweidimensionale Sensorkoordinaten in Raumgeraden abbildet. Diese Abbildungsrichtung ist umgekehrt zur Computer Vision und Photogrammetrie. Das hat aber den Vorteil, dass man Bildkoordinaten direkt und analytisch in Raumgeraden abbilden kann, ohne ein iteratives bzw. numerisches Optimierungsverfahren.

2.1 Lineare Kalibrierung

Im Folgenden stellen wir eine Initialisierungsmethode vor, die es auch erlaubt nicht-lineare Basisfunktionen des Raumes stetiger Funktionen zu benutzen. Diese Methode kommt mit Methoden der linearen Algebra aus. Insbesondere sind die gesuchten Lösungen Teil von konvexen, und damit leicht zu lösenden Problemstellungen.

2.1.1 Plücker Koordinaten

Der Raum der Geraden aus $\mathbb{R}P^3$ ist eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit. Es gibt verschiedene Darstellungen dieses Raums. Plücker-Koordinaten ist eine davon. Sie sind Koordinaten einer Quadrik im 5-dimensionalen projektiven Raum. Es gibt eine konkrete Darstellung einer Geraden, in Form eines 6-Vektors, dessen erster und zweiter 3-Teilvektor senkrecht aufeinander stehen:

$$L = (l, \bar{l}), \text{ mit } l^T \bar{l} = 0, \quad (1)$$

auch bekannt als *Plückerbedingung*. l und \bar{l} können als Richtung, respektive Momentenvektor (im Ursprung) interpretiert werden. Die Darstellung einer solchen Gerade ist eineindeutig -bis auf einen Skalierungsfaktor. Eine Linearkombination von Geradenkoordinaten ist nicht automatisch wieder eine Gerade, da die Plückerbedingung nicht automatisch erfüllt ist. Sei also A eine Matrix in der die Spalten jeweils eine Gerade repräsentieren,

$$C = \begin{pmatrix} A \\ \bar{A} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times n}. \quad (2)$$

Das heißt also, dass nur dann sämtliche Linearkombinationen wieder eine Gerade ergeben, wenn $x^T \bar{A}^T A x = 0, \forall x \in \mathbb{R}P^n$. Aus der linearen Algebra folgt, dass $\bar{A}^T A$ schiefsymmetrisch ist.

Lässt man nun $n=3$ sein, dann ist C eine lineare Abbildung von $\mathbb{R}P^2$ in den Raum der (projektiven) Geraden. Also insbesondere auch eine Abbildung von Sensorkoordinaten in den Raum der Geraden des \mathbb{R}^3 - also eine lineare Kamera.

2.1.2 Lineare Kalibrierung

Die Punkt-Linien-Inzidenz-Relation einer mit Plücker-Koordinaten gegebenen Gerade L und eines mit homogenen Koordinaten gegebenen Punktes $\tilde{X} = (X, x_4) = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ist in folgenden vier linearen Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned} \bar{l}^T X &= 0, \\ -x_4 \bar{l} + X \times l &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Betrachtet man eine Linearkombination von Geraden, siehe Gleichung (2), dann werden die Gleichungen (3) zu:

$$\begin{aligned} x^T \bar{A}^T X &= 0, \\ -x_4 \bar{A}x + X \times Ax &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Dieses lineare Gleichungssystem kann benutzt werden, um eine Kalibrierung durchzuführen: \bar{A} und A sind die $6n$ Unbekannten der "Kameramatrix" C . Für eine Bestimmung von C benötigt man also mindestens 6 Punkte, da das Gleichungssystem von (4) einen Rang von 3 hat.

Zusätzlich sollten die Weltpunkte nicht-planar sein, da sonst eine Mehrdeutigkeit entsteht, die nur durch weitere Annahmen oder mehrere Ansichten reduziert werden kann.

In POTTMANN & WALLNER (2001) wurde gezeigt, dass C ein Linienbündel repräsentiert. Es existiert also ein Punkt in $\mathbb{R}P^3$, der in allen Geraden enthalten ist. Dieser Punkt ist hilfreich für die Bestimmung einer korrekten Matrix C , so dass die Plückerbedingung von Gleichung (1) eingehalten wird. Das Problem, dass C nach der Kalibrierung diese Bedingung nicht erfüllt, ist vor allem bei verrauschten bzw. echten Objekt- und Bilddaten gegeben. Mit den Gleichungen (4) kann also ein $\tilde{X} = (X, x_4)$ bestimmt werden, der algebraisch "bestmögliche" Schnittpunkt des Linienbündels gegenüber den Daten. Hat man \tilde{X} bestimmt, kann man mit Hilfe der Daten ein C bestimmen, das die Plückerbedingungen erfüllt und algebraisch am besten zu den gegebenen Daten passt.

Somit gibt es eine algebraisch bestmögliche lineare Initialisierung für die Kamera C aus den Gleichungen (4), die als Initialisierung in einer weiteren Optimierung verwendet werden kann.

2.1.3 Erweiterung auf beliebige Basisfunktionen

In diesem Abschnitt betrachten wir nun die Erweiterung der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Methoden auf eine endliche Anzahl von beliebigen und stetigen Basisfunktionen des differenzierbaren Funktionenraums. Damit können wir eine direkte, nicht-lineare Kamerainitialisierung durchführen, was insbesondere für stark verzeichnende Kameras von Vorteil ist.

Sei also $B = \{b_1(x), b_2(x), \dots, b_n(x)\}$ eine Menge von Basisfunktionen, für $x \in \mathbb{R}^2$. Nun lässt sich eine Kamera C bestimmen, mit einer Linearkombination aus den Basisfunktionen, also $C \in \mathbb{R}^{6 \times n}$. Das heißt also die Abbildung von Sensorkoordinaten in den Geradenraum wird mit $= C \cdot (b_1(x), \dots, b_n(x))$ beschrieben.

Als Basisfunktionen bieten sich Polynome an, zum Beispiel: $B = \{1, x_1, x_2, x_1 x_2, x_1^2, x_2^2\}$. Aber auch orthogonale Basisfunktionen funktionieren hier gut, vor allem da sie sich durch ihre höhere numerische Stabilität und geringere Approximationsfehler in den Randbereichen besser für die Funktionen-Approximation eignen. Ein Beispiel hierfür sind Legendre-Polynome.

Die Kalibrierung erfolgt dann wie in Gleichung (4), vom vorherigen Abschnitt.

2.2 Nicht-Lineare Optimierung

Die lineare Approximation funktioniert zwar sehr gut birgt aber auch Nachteile: Die Optimierung ist nicht global und der Raum der Geraden ist nicht orientiert. Letzteres bedeutet, dass bei der Approximation der Kamera C die Geraden sowohl nach vorne als auch nach Hinten zeigen können, dazu gibt es möglicherweise Nulldurchgänge im Richtungsvektor.

Für eine globale Optimierung entschieden wir uns für eine andere Beschreibung. Eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit im Raum der Orientierten Geraden, auch Linien-Kongruenz genannt, kann man auch mit zwei Oberflächen bzw. zweidimensionalen Mannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^3 beschreiben: Die erste Oberfläche, $O(x) \in \mathbb{R}^3$ beschreibt den Ort der Geraden, ist also eine Menge von Punkten, die jeweils einer Geraden zugeordnet werden. Die zweite Oberfläche ist eine Richtungsbeschreibung, $D(x) \in \mathbb{R}^3$. Letztere Oberfläche hat aber die Möglichkeit, dass die Richtung 0 sein kann, was für alltägliche Kameras unüblich ist. Auch ist die Richtung nicht eindeutig, da der Richtungsvektor eine unterschiedliche Länge haben kann. Gewünscht ist also eine beliebige Funktion auf der Kugeloberfläche $D(x) \in S^2$. Im Folgenden Abschnitt stellen wir solche Funktionen vor.

Da die Abbildung $D(x)$ beliebig ist, entfallen auch alle notwendigen Symmetrien wie sie in bisherigen Modellen existierten, insbesondere die radiale Symmetrie. Aber gleichzeitig sind wohl mehr Parameter notwendig, um bei klassischen Kameras eine ähnliche Genauigkeit wie bei radialsymmetrischen Modellen zu erhalten.

2.2.1 Kartenprojektionen

Im vorherigen Abschnitt 2.2 haben wir eine allgemeine Beschreibung einer nicht-linearen Kamera anhand von Oberflächen dargestellt. Hier wollen wir zeigen, wie eine Richtungsoberfläche effizient und mit obigen Bedingungen formuliert werden kann. Die Einheitskugel S^2 kann topologisch nicht auf die Ebene projiziert werden. Aber bis auf einen Punkt der Kugel ist es möglich. Klassischerweise wird das Problem bei diversen Kartenprojektionen bereits gelöst. Für unsere Problematik bieten sich verschiedene solcher Projektionen an, wir haben die folgenden drei ausgewählt: Stereographische Projektion, flächentreue Azimutalprojektion und die mittabstandstreue Azimutalprojektion. Diese Projektionen haben den Vorteil gegenüber den meisten anderen Projektionen, dass sie - bis auf einen einzigen Punkt der Kugel - alle anderen Punkte auf die Ebene glatt projizieren. Andere Projektionen haben oft mehr als nur eine einzige Diskontinuität, wie zum Beispiel die Darstellung nach Längen- und Breitengraden, wo es eine Winkel-Diskontinuität von π auf $-\pi$ entlang des gesamten Null-Meridians gibt.

Die Abbildung von Sensorkoordinaten in Richtungsvektoren ist also eine Abbildung von Sensorkoordinaten in Kartenkoordinaten.

Ähnlich wie oben können nun zweidimensionale Oberflächen benutzt werden, wir wählen bivariate Polynome. In zukünftigen Arbeiten werden wir den Einsatz von anderen Approximationsmethoden untersuchen, zum Beispiel Radiale-Basis-Funktionen.

Die Abbildung in den orientierten Geradenraum lautet also

$$L = O(x) + \alpha \cdot D(x); \forall \alpha \in \mathbb{R}.$$

Dabei ist $D(x) = (D_1(x), D_2(x))$ eine zweidimensionale Abbildung, von jeweils der gewählten Funktionsart.

Für diesen Artikel benutzen wir momentan nur konstante Ortsfunktionen, d.h. Kameras mit einem einzigen Brennpunkt: $O(x) = (c_1, c_2, c_3); \forall x \in \mathbb{R}^2$, d.h. mit den c_i konstant. In zukünftigen Arbeiten werden wir die Wirkung von nicht-zentralen Modellen weiter untersuchen.

2.3 Kalibrierung Nichtsymmetrischer Kameras

Die im Abschnitt 2.2 beschriebene nichtlineare Abbildung von Sensorkoordinaten in den orientierten Geradenraum hat eine Menge von Unbekannten: Einerseits die Konstanten c_i der Ortsfunktion und andererseits die Koeffizienten der Richtungspolynome von $D(x)$. Abgesehen davon kommen, wie in jeder Kalibrierung die unbekannte Translation und Rotation hinzu.

Die initiale Rotation kann aus der QR-Zerlegung von A aus Gleichung (2) gewonnen werden. Die Translation ergibt sich aus den linearen Kamerazentren.

Für die initialen Richtungskoeffizienten müssen die nicht-orientierten Geraden gegenseitig angepasst werden, so dass benachbarten Geraden in die gleiche Richtung zeigen und alle linearen Kameras die gleiche Hauptrichtung haben (z.B. nach vorne oder nach hinten). Die Richtungen können mit den Rotationen in ein gemeinsames System transformiert werden. Damit kann ein initiales Parameterset für $D(x)$ geschätzt werden, zum Beispiel mit der Vandermonde-Matrix der Polynominterpolation.

Mit dem Levenberg-Marquart-Algorithmus kann die gesamte Parameterfamilie optimiert werden. Da L aus Gleichung (1) im Objektraum definiert wurde, kann eine Optimierung ohne die Bestimmung von Pixel Fehlern im Bildraum durchgeführt werden. Ein Fehlermaß, welches uns sehr gute Ergebnisse liefert, ist der Fehlerwinkel φ_i zwischen Brennpunkt $O(x_i)$, der Geradenrichtung des Modells $D(x_i)$ und dem Objektpunkt X_i für jedes Punktpaar (X_i, x_i) .

Die Optimierung minimiert also folgende Energie:

$$P = \operatorname{argmin}_P \sum_i \varphi_i^2,$$

wobei P die Menge alle Unbekannten beschreibt.

Die Fehler in Bildkoordinaten können nun am Ende berechnet werden. Das bedeutet, dass die teure, nicht-analytische Inversion des Modells nur einmal für alle Punktpaare durchgeführt werden muss.

3 Ergebnisse

In diesem Kapitel beschreiben wir die Ergebnisse von Initialisierung und Kalibrierung verschiedener Kameraarten. Die Ergebnisse der Kalibrierung deutlich nicht-symmetrischer Kameras werden in einem späteren Bericht folgen.

3.1 Lineare Initialisierung

Die lineare Initialisierung mit bivariaten Legendre-Polynomen vom Grad 3 lieferte sehr gute Ergebnisse für alle Kameraklassen. Man benötigt hierzu aber mindestens 30 Punkt-Paare, um eine Unterbestimmung der Gleichungssysteme zu vermeiden.

Tab. 1: Initialisierungsfehler für die verschiedenen Kameras aus Abb. 1. Benutzt wurden bivariate Legendre-Polynome vom Grad 3. Weitere Details bitte aus der Abbildung entnehmen.

Kamera-Sensor-Daten Brennweite Vollformat (FF), Auflösung, Sensorgröße	Initialisierung; RMS [px]
f=1,4mm (FF); 1280 x 960 px; 8,3 x 6,2 mm	1,50
f=4,6mm (FF); 1392 x 1040 px; 8,8 x 6,6 mm	6,97
f=13,6mm (FF); 768 x 488 px; 5,1 x 3,3 mm	1,56
f=17,7mm (FF); 2592 x 1944 px; 3,2 x 2,4 mm	44,9
f=28,3mm (FF); 5472 x 3648 px; 13,2 x 8,8 mm	2,95
f=146,9mm (FF); 1360 x 1024 px; 8,8 x 6,6 mm	0,51
f=150,2mm (FF); 720 x 576 px; 4,6 x 3,7 mm	9,29

3.2 Kalibrierung von Kameras und Vergleich mit anderen Methoden

Für eine Auswahl von Kameraklassen (Katadioptrik, Fischaugen, kurze, mittlere und lange Brennweiten) haben wir Vergleiche von verschiedenen Kalibrierungsmethoden durchgeführt. Zu den Vergleichsmethoden gehören unser eigenes Modell in den verschiedenen Kartenprojektions-Varianten und verschiedene Polynomgraden, eine Photogrammetrische Kalibrierung mit dem Australis-Modell, dem Allgemeinen und radialsymmetrischen Modell von LUBER et al. (2012), und der Computer-Vision-Kalibrierung mit dem OpenCV-Modell.

Die Ergebnisse sind in Abb. 1 illustriert. Im Allgemeinen funktioniert unser Modell sehr gut und kann mit den anderen Methoden mithalten. Im Speziellen, vor allem für stark verzeichnende Kameras, funktioniert unser Modell, ähnliche wie das Modell von LUBER et al. (2012), deutlich besser als die beiden anderen Varianten. Die verschiedenen Kartenprojektionen liefern ähnlich gute Ergebnisse. Alle Methoden entfernen Ausreißer: Australis z.B. entfernt Ausreißer, die einen Fehler von einem vielfachem der Standardabweichung aufweisen. Wir entfernen die Abweichler ähnlich, schauen aber nur in der Nachbarschaft des Punktes, da die Verzerrung in unterschiedlichen Bildbereichen unterschiedliche Fehler-Niveaus haben kann.

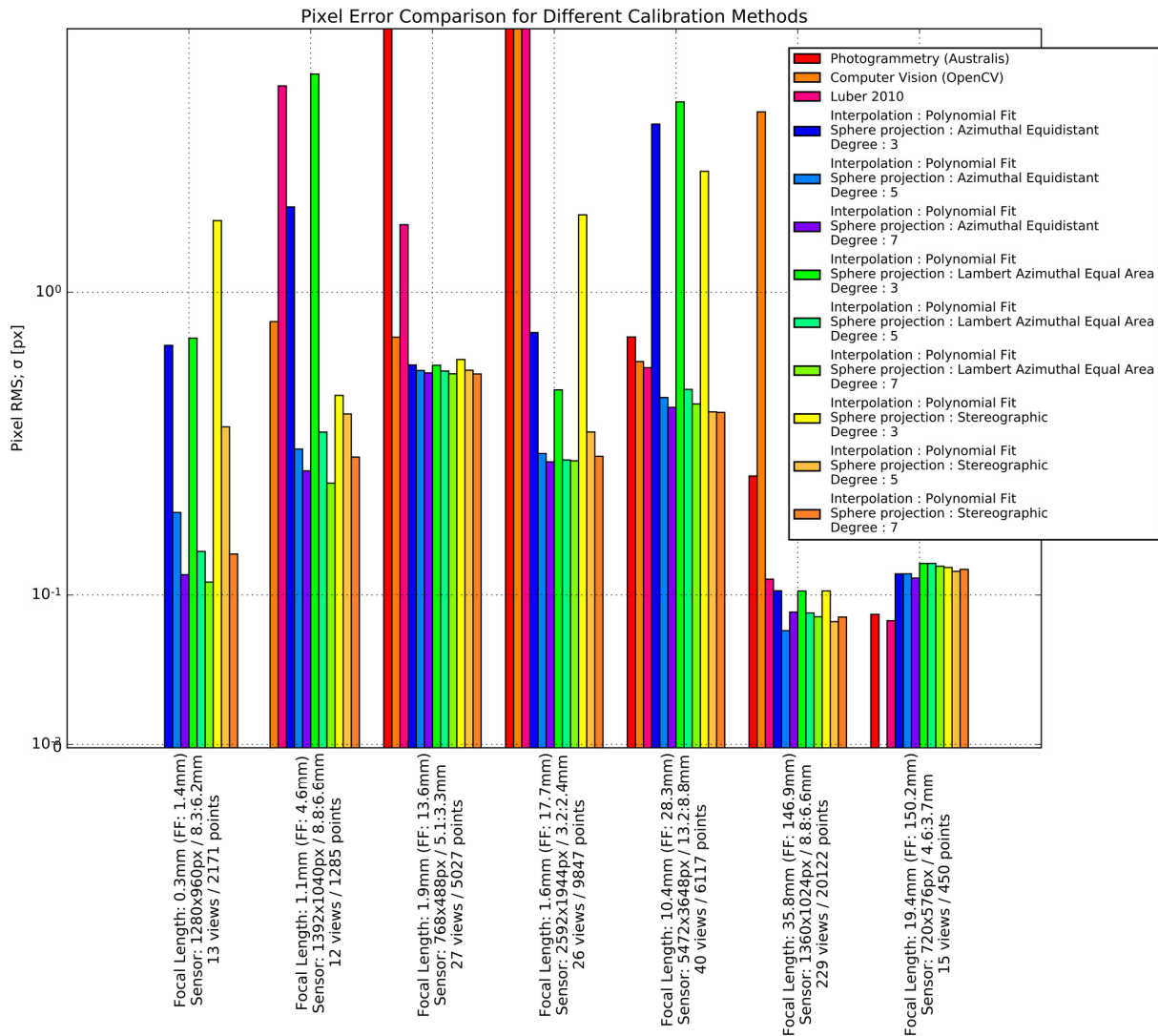


Abb. 1: Vergleich verschiedener Kalibriermethoden mit mehreren Varianten unserer Methode, siehe Legende. Nicht jede Methode konnte alle Kameras kalibrieren, dann fehlt der entsprechende Balken. Die Kameras sind nach Kleinbildäquivalent-Brennweite – Full Frame (FF) – sortiert.

3.3 Low-Cost Kalibrierung einer 360-Grad Kamera

Für eine Demonstration der Vielseitigkeit der hier eingeführten Kalibriermethode wollen wir die Ergebnisse der Kalibrierung einer 360 Grad Kamera, der Samsung Gear 360™ vorstellen, siehe Abb. 2. Die Kalibrierung führten wir mit Materialien aus dem Baumarkt für etwa 50€ durch. Ein dreiseitiges, etwa rechtwinklig aufeinander geklapptes Kalibriermuster beklebten wir mit gedruckten Kreisen. Als Orientierung druckten wir verschiedene Pfeile in die Ecke, damit die Zuordnung der Kreise möglich wurde, siehe Abb. 4.



Abb. 2: Samsung Gear 360™ Kamera mit 360 Grad Rundumsicht und 2x15 Megapixel.

Durch die starke Verzerrung der Kreise wird ein reiner Ellipsenfit eher ungenau. Um die Genauigkeit zu erhöhen, passten wir den Ellipsenfit mit einem bivariaten Flächen-Polynom an, siehe Abb. 3.

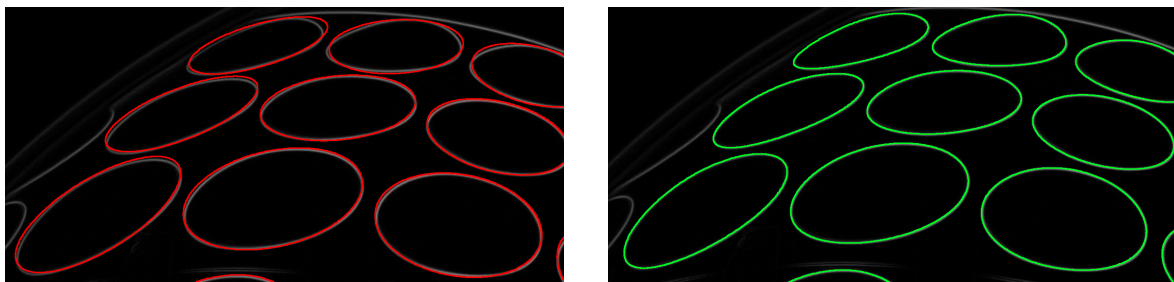


Abb. 3: Schätzung von Ellipsen an verzerrt abgebildete Kreise (li) und bivariate, polynomieller Optimierung derer Form.

Die Punkte des Kalibrieremusters haben wir grob abgeschätzt, sie wurden dann in der Kalibrierung selbst mitoptimiert. Die beiden Teil-Kameras haben wir separat kalibriert, anhand von jeweils 14 bzw. 17 Aufnahmen. Die Ergebnisse sind unter **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** aufgelistet. Die Kalibrierung funktioniert so immerhin bis auf ein Pixel-RMS von 3-5 Pixeln. Das ist nicht perfekt aber für approximative Anwendungen vielleicht in Ordnung. In zukünftigen Untersuchungen werden wir die Kamera auch mit genaueren Kalibrieremustern vermessen.

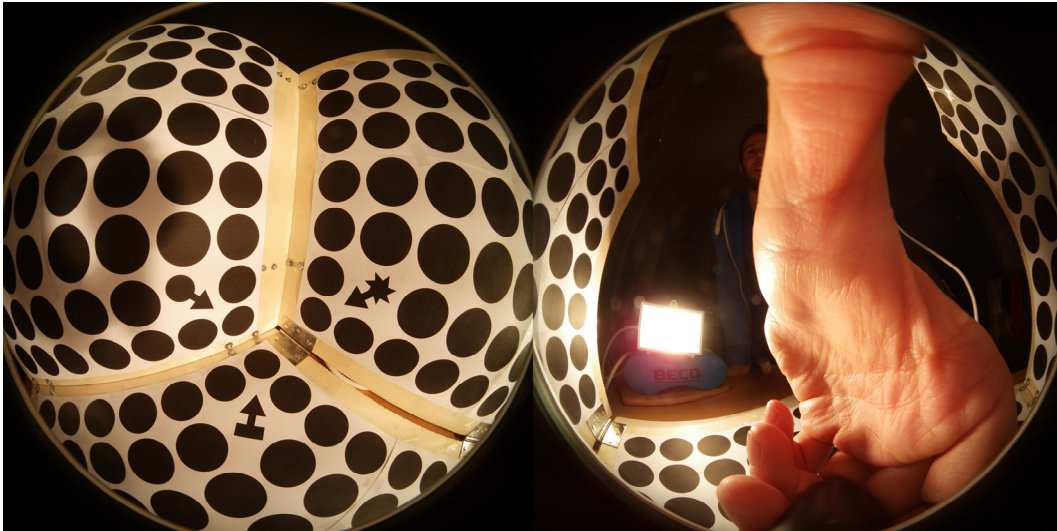


Abb. 4: Ein Beispielbild der Samsung Gear 360 Kamera mit dem Low-Cost-Kalibriermuster

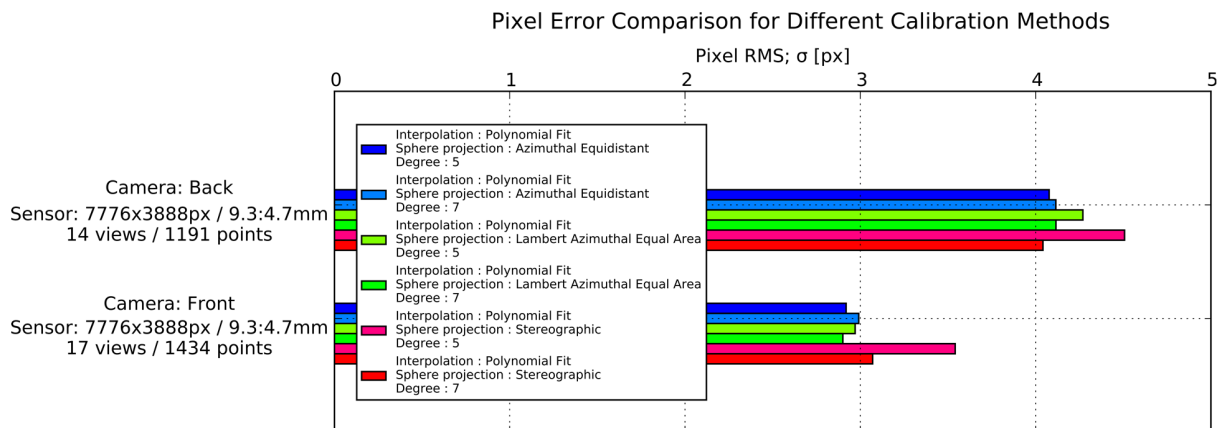


Abb. 5: Ergebnisse der Kalibrierung beider (Teil-)Kameras des 360Grad-Systems

4 Fazit & Ausblick

In diesem Beitrag haben wir eine neue, allgemeine Methode zur Beschreibung von Kamerageometrien vorgestellt. Sie funktioniert, wie wir demonstriert haben, für klassische Kameras, kann aber auch nicht-symmetrische Kameras ohne Brennpunkt beschreiben. Das werden wir in folgenden Artikeln weiter untersuchen. Die Modelle werden im Objektraum optimiert. Wir stellten eine erste Abschätzung vor, die auch für stark verzeichnende Kameras eine sehr gute Initialisierung mittels linearer Gleichungssysteme bieten. Die darauf folgende, nicht-lineare Optimierung kann nun eine große Breite von Kameramodellen potentiell kalibrieren.

Die vorgestellten Methoden sollen die etablierten Methoden nicht ersetzen, denn gerade für wenig verzeichnende Kameras sind die etablierten Methoden sehr genau und sehr schnell. Wir konnten aber zeigen, dass unsere Methoden für diese Kameras durchaus mithalten können.

In den folgenden Untersuchungen werden wir weitere Kameras kalibrieren, auch sehr asymmetrische Modelle, zum Beispiel Spiegelnde Systeme die über klassische Katadioptriken

hinausgehen. Auch ist noch offen, ob eine Erweiterung des einzelnen Brennpunktes, hin zu Mannigfaltigkeiten von Brennpunkten, vielleicht eine noch genauere Kalibrierung klassischer Kameras ermöglicht. Vielleicht gibt es damit die Möglichkeit, die Brennpunktgerade von Fischaugen-Optiken besser zu beschreiben.

5 Literaturverzeichnis

- BAKSTEIN, H., 2001: Non-central cameras for 3D reconstruction. PhD thesis, Czech Technical University, Prague.
- BARRETO, J.P., PAJDLA, T., SUGIMOTO, A., RAMALINGAM, S., STURM, P. & LODHA, S.K., 2010: Generic self-calibration of central cameras. *Computer Vision and Image Understanding* **114**(2), 210-219.
- BROWN, D., 1971: Close range camera calibration. *Photogrammetric Engineering* **37**, 855-866.
- FLOREANO, D., PERICET CAMARA, R., VIOLLET, S., RUßER, F., BRÜCKNER, A., LEITEL, R., BUSS, W., MENOUNI, M., EXPERT, F., JUSTON, R., DOBRZYNSKI, M.K., L'EPLATTENIER, G., RECKTENWALD, F., MALLOT, H.A. & FRANCESCHINI, N., 2013: Miniature curved artificial compound eyes. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **110**(23), 9332-9337.
- FRAHM, J.M., POLLEFEYS, M., DELLAERT, F., KOSECKA, J., PUIG, L., BERMÚDEZ, J., STURM, P. & GUERRERO, J., 2012: Calibration of omnidirectional cameras in practice: A comparison of methods. *Computer Vision and Image Understanding* **116**(1), 120-137.
- FRANCESCHINI, N., PICHON, J.M., BLANES, C. & BRADY, J., 1992: From insect vision to robot vision [and discussion]. *Philosophical Transactions of The Royal Society Of London. Series B: Biological Sciences* **337**(1281), 283-294.
- GENNERY, D.B., 2006: Generalized Camera Calibration Including Fish-Eye Lenses. *International Journal of Computer Vision* **68**(3), 239-266.
- GONÇALVES, N., 2004: Projection Model, 3D Reconstruction and Rigid Motion Estimation from Non-central Catadioptric Images. *Proceedings of 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*.
- GONÇALVES, N., 2008: Noncentral catadioptric systems with quadric mirrors: geometry and calibration. PhD thesis, Universidade de Coimbra.
- GROSSBERG, M. & NAYAR, S., 2001: A general imaging model and a method for finding its parameters. *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision* **2**, 108-115.
- GROSSBERG, M. & NAYAR, S., 2005: The Raxel Imaging Model and Ray-Based Calibration. *International Journal of Computer Vision* **61**(2), 119-137.
- LI, W.S., BOTHE, T., SCHULTE, M., KOPYLOW, C. v., KÖPP, N. & JÜPTNER, W., 2008: Sichtstrahlkalibrierung für optisch abbildende Systeme. *DGaO-Proceedings*.
- LUBER, A., RUEB, D., MANTHEY, K. & REULKE, R., 2012: Calibration and epipolar geometry of generic heterogenous camera systems. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* **39**(B5), 363-368.
- LUHMANN, T., 2004: A historical review on panorama photogrammetry. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, **34**(5/W16), 8.

- LUHMANN, T., 2010: Panorama photogrammetry for architectural applications. *Mapping*, 40-45.
- MEI, C. & RIVES, P., 2007: Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids. *Proceedings on IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3945-3950.
- MIRALDO, P., ARAUJO, H., 2013: Calibration of smooth camera models. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* **35**(9), 2091-2103.
- NAYAR, S.K., BRANZOI, V. & BOULT, T.E., 2006: Programmable Imaging: Towards a Flexible Camera. *International Journal of Computer Vision* **70**(1), 7-22.
- NEUMANN, J., FERMLER, C., ALOIMONOS, Y. & BRAJOVIC, V., 2004: Compound eye sensor for 3d ego motion estimation. *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, 3712-3717.
- OLEKSIJCZUK, D., 2011: *The First Panoramas: Visions of British Imperialism*. University of Minnesota Press.
- POTTMANN, H. & WALLNER, J., 2001: *Computational Line Geometry*. Springer-Verlag Berlin.
- STURM, P., RAMALINGAM, S. & LODHA, S., 2005: On calibration, structure-from-motion and multi-view geometry for panoramic camera models. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* **36**(5/W8).
- ZAPPE, H.P., 2010: *Fundamentals of Micro-optics*. Cambridge University Press.